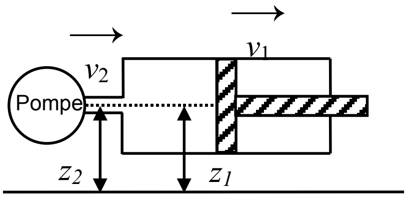
Sujet Bac Pro MSMA 2003

Sciences Physiques (5 points)

Etude d'un système hydraulique

La production d'une entreprise est assurée par une chaîne de montage dans laquelle on utilise à plusieurs reprises un système « pompe-vérin ».



Partie A

Le piston d'un des vérins a une surface S de 8×10^{-3} m², ce vérin reçoit un débit q_v de 5×10^{-4} m^3/s et développe une force utile F de $4{,}5\times10^4$ N.

1- Calculer la pression p_1, en pascal, exercée par le piston

$$p_1 = \frac{F}{S} = \frac{4{,}5\times10^4}{8\times10^{-3}} = 56{,}25 \times 10^5 \ Pa$$

2- Calculer la vitesse de sortie de tige v_1 arrondie à 10^{-4} .

$$v_1 = \frac{q_v}{S} = \frac{5\times10^{-4}}{8\times10^{-3}} = 0,\ 0625 \ m/s$$

3- Calculer la puissance utile Pu du vérin, arrondie à l'unité.

$$Pu = Fv = 4{,}5\times10^4 \times \ 0{,}6250 = 28\ 125 \ W$$

Rappel : $q_v = vS$ $\qquad Pu = Fv$

Partie B

Le vérin est raccordé à la pompe d'alimentation par une tuyauterie où la vitesse d'écoulement v_2 est de 2,5 m/s.
Les caractéristiques de pression p_1 et p_2 de hauteur z_1 et z_2, de vitesse d'écoulement v_1 et v_2 sont reliées par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho v_1{}^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2{}^2 + p_2 + \rho g z_2$$

On donne : $\rho = 900$ kg/m^3

1- Les hauteurs z_1 et z_2 étant égales, comparer $\rho g z_1$ et $\rho g z_2$

$\rho g z_1 = \rho g z_2$

2- Simplifier alors l'équation de Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

3- Montrer que : $p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

4- Calculer la différence de pression p_1-p_2 et arrondir le résultat à l'unité. On donne v_1 = 0,0625 m/s

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 900\ (2{,}5^2 - 0{,}0625^2) = 2\ 811\ \text{Pa}$$

Mathématiques : (15 points)

Le thème est l'étude de la fabrication de pièces de rechange ayant la même forme (figure 1).
Les trois exercices sont indépendants.

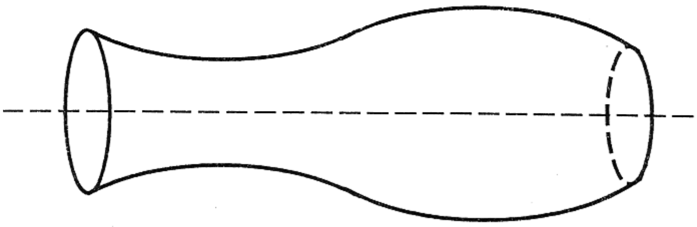


figure 1

Exercice 1 : Fabrication (6 points)

Chaque pièce de rechange est réalisée à partir d'un cylindre de rayon M (figure 2)
Afin de déterminer ce rayon, on étudie la partie du profil la plus large de cette pièce.

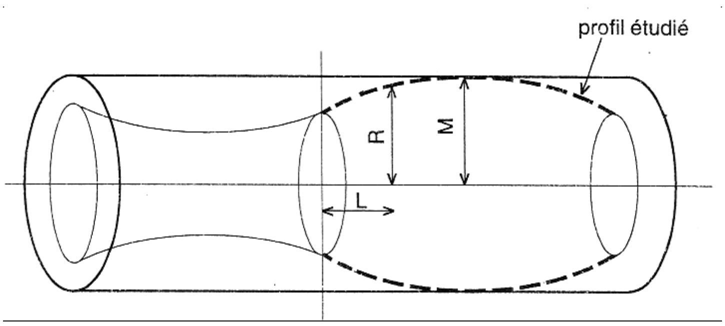


figure 2

Pour L appartenant à l'intervalle [0 ; 10], le rayon R de ce profil est donné par la relation :

$$R = -0,08\,L^2 + 0,8\,L + 5$$

1- Etude d'une fonction :

Soit la fonction f définie pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 10] par :
$f(x) = -0,08x^2 + 0,8x + 5$

1- Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$

$f'(x) = -0,08\times 2\,x + 0,8 = -0,16x + 0,8$

2- Résoudre $f'(x) = 0$

$-0,16x + 0,8 = 0 \Leftrightarrow -0,16x = -0,8 \Leftrightarrow x = -0,8/-0,16 \Leftrightarrow x = 5$

3- Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de variation
4- Pour quelle valeur de x, $f(x)$ est-elle maximale ?

$f(x)$ est maximale quand $f'(x) = 0$, donc quand $x = 5$.

5- Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de valeurs de $f(x)$, arrondies à 10^{-1}.
6- Dans le repère défini dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), tracer la courbe représentative de f

2- Exploitation des résultats :

Déterminer le rayon M du cylindre à utiliser pour construire la pièce de rechange.

$M = 7$

Exercice 2 : Etude statistique de la production des pièces de rechange (4 points)

Le contrôle de qualité portant sur la production de ces pièces de rechange donne le tableau suivant :

Diamètre d	**Effectif**
[9,8 ; 9,9 [	10
[9,9 ; 10,0 [	53
[10,0 ; 10,1 [	67
[10,1 ; 10,2 [	20
[10,2 ; 10,3 [	50

1- On affecte l'effectif de chaque classe au centre de classe.
   a) Dans le tableau en annexe 2, (à rendre avec la copie), compléter les colonnes 3 et 4 du tableau.
   b) Calculer le diamètre moyen $\overline{x}$; on donnera la valeur arrondie à 10^{-2} .

Le diamètre moyen est : $\overline{x} = \frac{2014,70}{200} = 10,07$

2- On admet que l'effectif est réparti uniformément dans chaque classe.
   a) Dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), compléter la colonne 5 du tableau en donnant les effectifs cumulés croissants.
   b) Dans le repère défini dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), construire le polygone des effectifs cumulés croissants.
   c) Déterminer graphiquement le diamètre médian m.

Le diamètre médian est : $m \cong 10,05$

3- Comparer le diamètre médian m et le diamètre moyen.

Les diamètre médian est sensiblement égal au diamètre moyen.

Exercice 3 : Etude d'une suite (5 points)

L'entreprise fabriquant les pièces augmente chaque année sa production de 6 %.
La production P_1 de la première années est de 45 000 pièces.

1- Déterminer la nature de la suite des productions annuelles en précisant le premier terme et la raison

Cette suite est géométrique : le premier terme est $P_1 = 45\ 000$ et la raison est

$q = 1 + \frac{6}{100} = 1,06$

2- Calculer la production P_2 pour la deuxième année
P_3 pour la troisième année
P_4 pour la quatrième année ;

$P_2 = 45000 \times 1,06 = 47\ 700$ *pièces*
$P_3 = 45000 \times 1,06^2 = 50\ 562$ *pièces*
$P_4 = 45000 \times 1,06^3 = 53\ 596$ *pièces*

3- On désigne par P_n la production de l'année n. A l'aide du formulaire, exprimer P_n en fonction de n.

$P_n = P_1 \times 1,06^{(n-1)}$

4- Calculer la production de la dixième année. (Arrondir à l'unité)

$P_{10} = P_1 \times 1,06^9 = 45000 \times 1,06^9 = 76\ 027$ *pièces*

5- En quelle année la production P_n dépassera-t-elle 100 000 pièces ?

$45000 \times 1,06^{(n-1)} > 100000$

$1,06^{(n-1)} > \frac{100000}{45000}$

$1,06^{(n-1)} > \frac{20}{9}$

$\ln(1,06^{(n-1)}) > \ln(\frac{20}{9})$

$(n-1) \ln 1,06 > \ln 20 - \ln 9$

$n-1 > \frac{\ln 20 - \ln 9}{\ln 1,06}$

$n > \frac{\ln 20 - \ln 9}{\ln 1,06} + 1$

$n > 14,7$

La production dépassera les 100 000 pièces au bout de la $15^{ème}$ année.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

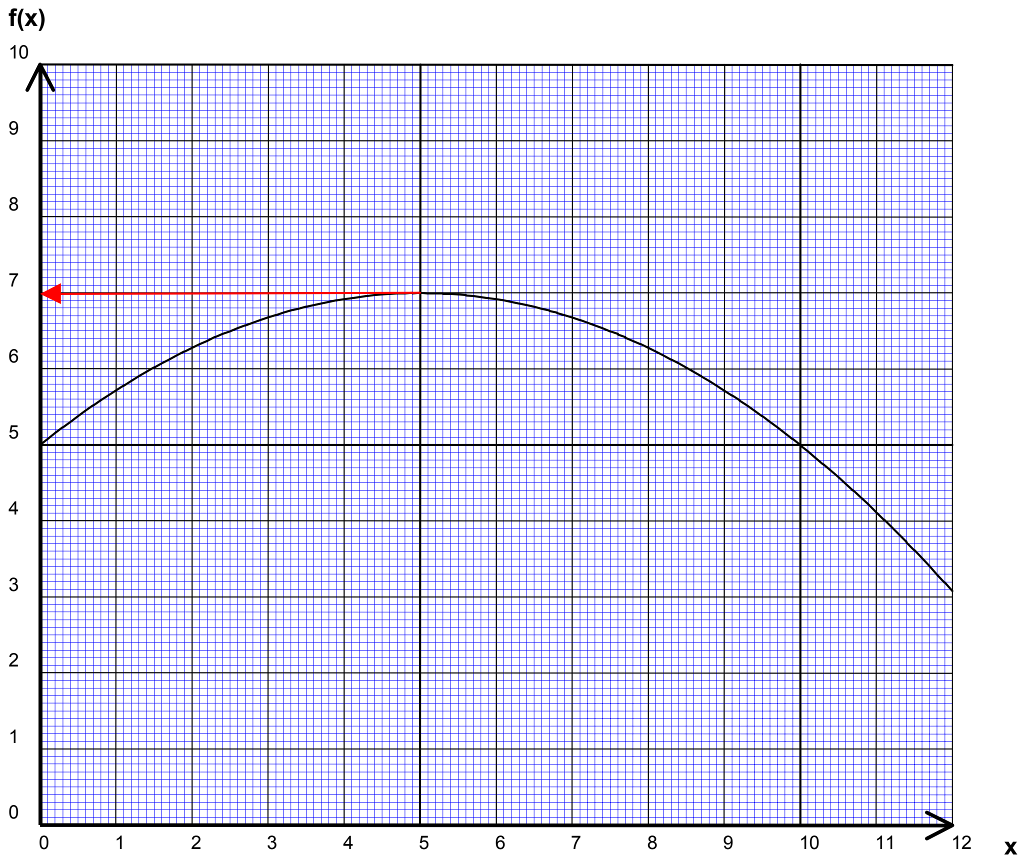
Tableau de variation

x	0	5	10
signe de $f'(x)$	-	0	+
variation de $f(x)$	↗		↘

Tableau de valeurs

x	0	2	4	5	6	8	10
$f(x)$	5	6,3	6,9	7,0	6,9	6,3	5

Représentation graphique

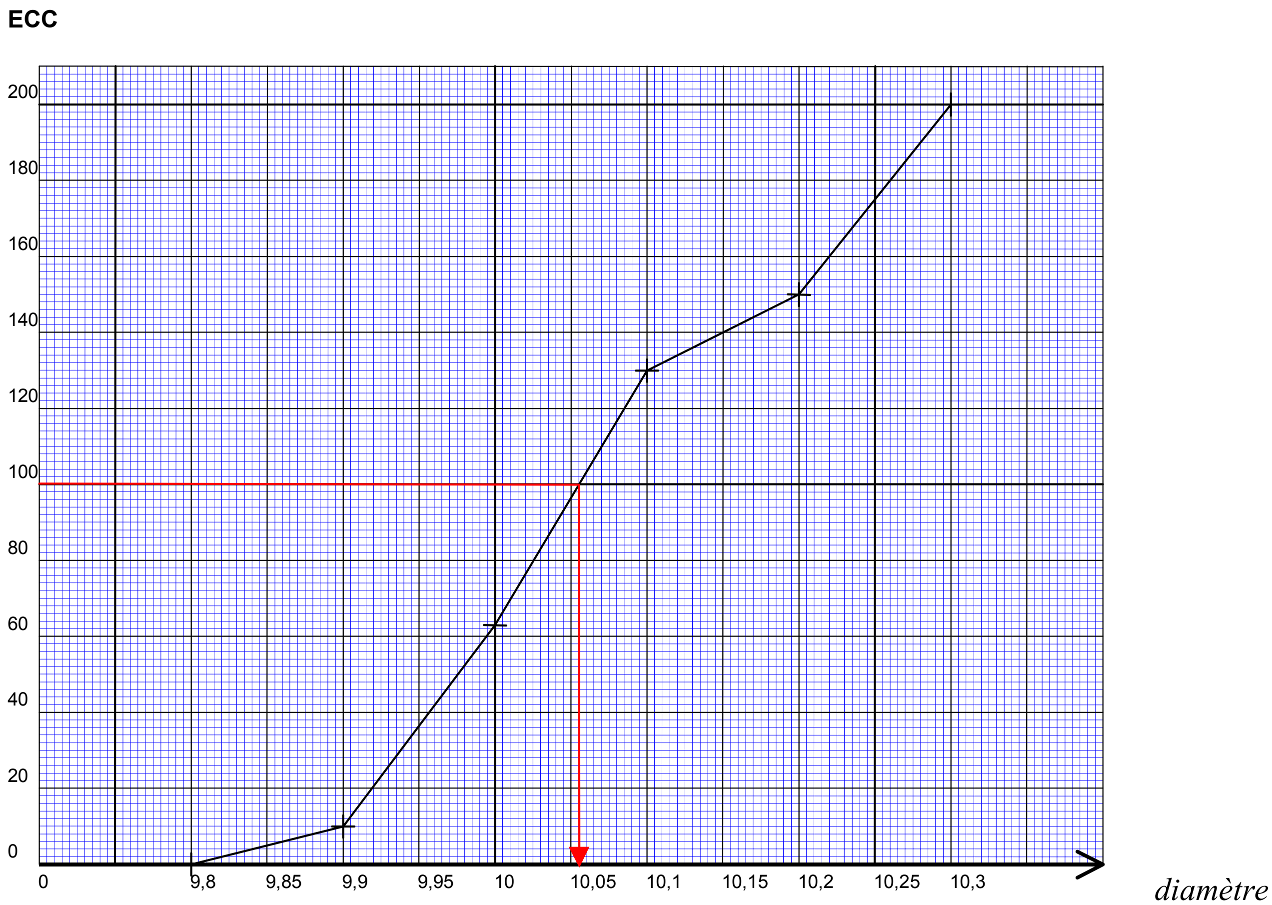


Annexe 2 (A rendre avec la copie)

Tableau à compléter

diamètre d	Effectifs n_i	x_i	$n_i x_i$	Effectifs Cumulés Croissants
[9,8 ; 9,9 [	10	9,85	98,5	10
[9,9 ; 10,0 [	53	9,95	527,35	63
[10,0 ; 10,1 [	67	10,05	673,35	130
[10,1 ; 10,2 [	20	10,15	203	150
[10,2 ; 10,3 [	50	10,25	512,5	200
TOTAL	N = 200		2014,70	

Polygone des effectifs cumulés croissants



ECC
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0
9,8
9,85
9,9
9,95
10
10,05
10,1
10,15
10,2
10,25
10,3
diamètre